

1) Пусть x, y, z - цена мяса, рыбы, теста соответственно (руб). B3

тогда по условию:

$$+ \begin{cases} 1,4x + 1,6y + 1,5z = 860 \\ 2,6x + 0,4y + 1,5z = 950 \end{cases}$$

$$4x + 2y + 3z = 1810$$

$$2(2x + y + 1,5z) = 1810, \text{ следовательно:}$$

$$2x + y + 1,5z = 905$$

Ответ [1]

2) Решение: $\forall x \neq 5$. B8

$$\begin{array}{r} -x^2 - 8x + 15 \quad | -x + 5 \\ +x^2 - 8x \quad \quad -x + 3 \\ \hline -3x + 15 \\ -3x + 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{x^2 - 8x + 15}{5 - x} = 3 - x$$

$$f(x) = 3 - x - \sqrt{(x-4)^2} = 3 - x - |x-4|$$

по условию $x = 2/3$, тогда:

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = 3 - \frac{2}{3} - \left|\frac{2}{3} - 4\right| = 3 - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - 4 = -1$$

Ответ: [1]

1) Решение
Пусть x, y, z руб - цена мяса, рыбы и B6
теста соответственно. По условию:

$$\begin{cases} 3,4x + 2,6y + 1,7z = 1564 \quad (1) \\ 1,4x + 1,6y + 0,7z = 734 \quad (2) \end{cases} \quad (1) - (2)$$

$$2x + 1y + 1z = 830 \quad |:2$$

$$x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 415$$

ответ: [5]

2) $f(x) = \frac{x^2 - 8x + 15}{5 - x} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ B4

$$\forall y: x \neq 5$$

$$\frac{(x-3)(x-5)}{(x-5) \cdot (-1)} + |x-4| = -x+3 + |x-4|$$

$$\text{По условию: } x = \frac{2}{3}, \text{ тогда:}$$
$$= -x+3+4-x = 7-2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = 7 - \frac{4}{3} = \frac{17}{3}$$

ответ [5]

3) $1,6a + 1,2b = 1,4(a+b)$
 $0,2a - 0,2b = 0 \quad a = b$
 Jawab: [1]

B.3

3) $1,6a + 1,1b = 1,4(a+b)$
 $0,2a = 0,3b \quad a = 3/2b \Rightarrow a:b = 3:2$
 Jawab [5]

B.4

4) $f(3-x) = \frac{2x-7}{3x-8} \quad f(x) = ?$
 $3-x = t, \text{ maka } x = 3-t$
 $f(t) = \frac{2(3-t)-7}{3(3-t)-8} = \frac{6-2t-7}{9-3t-8} = \frac{-2t-1}{1-3t}$
 $f(t) = \frac{2t+1}{3t-1} \quad f(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$
 Jawab [1]

4) $f(x-3) = \frac{2x-1}{3x+1}; \quad f(x) = ?$
 $x-3 = t \quad x = t+3$
 $f(t) = \frac{2(t+3)-1}{3(t+3)+1} = \frac{2t+6-1}{3t+9+1} = \frac{2t+5}{3t+10}$
 Jawab [5]

[5]

$$0,5x + \sqrt{3}x = \sqrt{3} - 5$$

$$x\left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right) = \sqrt{3} - 5$$

$$x(1 + 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 10$$

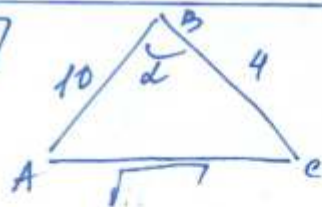
$$x = \frac{(2\sqrt{3} - 10)}{(1 + 2\sqrt{3})} \cdot \frac{(1 - 2\sqrt{3})}{(1 - 2\sqrt{3})} =$$

$$\frac{(2\sqrt{3} - 10)(1 - 2\sqrt{3})}{1 - 12} = \frac{22\sqrt{3} - 22}{-11}$$

$$\frac{-11(2 - 2\sqrt{3})}{-11} = 2 - 2\sqrt{3}$$

Ответ: [5]

[6]



$$4 = \sqrt{16}$$

$$2\sqrt{34} = \sqrt{4 \cdot 34} = \sqrt{136}$$

$$10 = \sqrt{100}$$

По т. косинусов: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \alpha$

$$136 = 100 + 16 - 2 \cdot 10 \cdot 4 \cos \alpha$$

$$20 = -80 \cos \alpha \quad \cos \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\alpha = \pi - \arccos 0,25$$

Ответ: [5]

B3

[5]

$$\sqrt{6} - \sqrt{3} = x(\sqrt{6} + \sqrt{3})$$

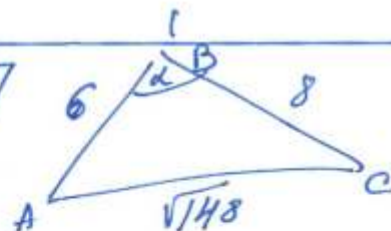
$$x = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})} = \frac{6 - 2\sqrt{18} + 3}{6 - 3} =$$

$$\frac{9 - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{3} = 3 - 2\sqrt{2} = 3 - \sqrt{8}$$

Ответ: [2]

B4

[6]



$$6 = \sqrt{36}; \quad 8 = \sqrt{64}$$

$$\sqrt{148} = 2\sqrt{37}$$

По т. косинусов $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \alpha$

$$148 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$-\frac{48}{96} = \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi - \frac{\pi}{3} = 120^\circ$$

Ответ: [2]

$$7) (3x+a) \lg(x-1) = 0$$

$$OD3: x-1 > 0 \quad \boxed{x > 1}$$

$$\begin{cases} 3x+a=0 \\ \lg(x-1)=0 \end{cases}$$

$$1) 3x+a=0$$

$$\boxed{x_1 = -\frac{a}{3}}$$

Уравнение имеет единственную
корень, когда $-\frac{a}{3} = 2$, т.е. $a = -6$

с учетом OD3:

$$\boxed{x = -\frac{a}{3}} \notin OD3$$

ответ: $\boxed{4}$

$$2) \lg(x-1) = 0$$

$$x-1 = 10^0$$

$$x-1 = 1$$

$$\boxed{x_2 = 2}$$

В3

$$8) (3x+a) \lg(x+1) = 0$$

$$OD3: x+1 > 0 \quad \boxed{x > -1}$$

$$\begin{cases} 3x+a=0 \\ \lg(x+1)=0 \end{cases}$$

$$1) x = -\frac{a}{3}$$

$$2) \lg(x+1) = 0$$

$$x+1 = 1$$

$$\boxed{x = 0}$$

Уравнение имеет
единственный корень, когда
 $-\frac{a}{3} = 0$ и т.д. $\underline{a = 0}$

или, когда $x = -\frac{a}{3} \notin OD3$.

$$-\frac{a}{3} \leq -1 \quad \underline{a \geq 3}$$

ответ $\{0\} \cup [3; +\infty)$

В4

$$8) \frac{\cos \frac{d}{2} - 3 \sin \frac{d}{2}}{2 \cos \frac{d}{2} - 5 \sin \frac{d}{2}} = 2$$

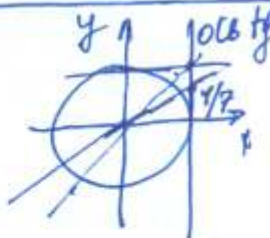
$$\frac{\cos \frac{d}{2} (1 - 3 \operatorname{tg} \frac{d}{2})}{\cos \frac{d}{2} (1 - 5 \operatorname{tg} \frac{d}{2})} = 2$$

$$\frac{1 - 3 \operatorname{tg} \frac{d}{2}}{1 - 5 \operatorname{tg} \frac{d}{2}} = 2$$

$$1 - 3 \operatorname{tg} \frac{d}{2} = 2 - 10 \operatorname{tg} \frac{d}{2}$$

$$7 \operatorname{tg} \frac{d}{2} = 1$$

$$\operatorname{tg} \frac{d}{2} = \frac{1}{7}$$



$$0 + 2\pi n < \frac{d}{2} < \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$2\pi n < d < \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

ответ:

d оканчивается
в I четверти.

отб

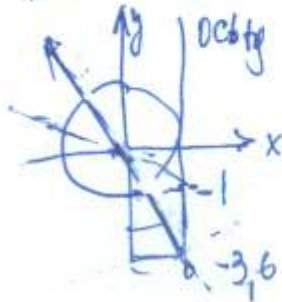
В3

$$8) \frac{\sin \frac{d}{2} - 3 \cos \frac{d}{2}}{2 \sin \frac{d}{2} + 5 \cos \frac{d}{2}} = 3$$

$$\operatorname{tg} \frac{d}{2} - 3 = 6 \operatorname{tg} \frac{d}{2} + 15$$

$$-5 \operatorname{tg} \frac{d}{2} = 18$$

$$\operatorname{tg} \frac{d}{2} = -\frac{18}{5} = -3,6$$



$$\operatorname{tg} \frac{d}{2} - 3 = (2 \operatorname{tg} \frac{d}{2} + 5) \cdot 3$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n < \frac{d}{2} < -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$-\pi + 2\pi n < d < -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

ответ: угол d
оканчивается в
третьей

$\boxed{1}$

В4

9

$$a = \log_4 9; \quad b = \log_6 14 \quad c = 1,5$$

b3

9

a	v	c
---	---	---

$$\log_4 9 \quad v \quad \frac{3}{2}$$

b	v	c
---	---	---

$$\log_6 14 \quad v \quad \frac{3}{2}$$

$$2 \log_2 3 \quad v \quad 3 \log_2^2$$

$$2 \log_6 14 \quad v \quad 3 \log_6^6$$

$$\log_2 9 \quad v \quad \log_2 8$$

$$\log_6 196 \quad v \quad \log_6 216$$

$$a > c$$

$$\underline{b < c}$$

ответ:

$$\underline{b < c < a}$$

[1]

$$a = \log_2 3; \quad b = \log_{36} 196 \quad c = 1,5$$

сравним

$$a \quad v \quad c$$

$$\log_2 3 \quad v \quad \frac{3}{2} \log_2^2$$

$$2 \log_2 3 \quad v \quad 3 \log_2^2$$

$$\log_2 9 \quad v \quad \log_2 8$$

$$\underline{a > c}$$

сравним

$$b \quad v \quad c$$

$$\log_{36} 196 \quad v \quad \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2} \log_6 14 \right) \cdot 2 \quad v \quad 3 \log_6^6$$

$$\log_6 196 \quad v \quad \log_6 216$$

$$\underline{b < c}$$

$$\underline{b < c < a}$$

ответ: [1]

(10)

	I сплав X	II сплав Y
золото	$\frac{2}{5}x$	$\frac{3}{10}y$
серебро	$\frac{3}{5}x$	$\frac{7}{10}y$

$$\frac{\frac{2}{5}x + \frac{3}{10}y}{\frac{3}{5}x + \frac{7}{10}y} = \frac{5}{11} \quad \frac{4x + 3y}{6x + 7y} = \frac{5}{11}$$

$$44x + 33y = 30x + 35y$$

$$14x = 2y \quad 7x = y$$

$$y : x = 1 : 7$$

[4]

(10)

Решение:

Пусть x - масса
I сплава y - масса
II сплава

$$\frac{3x + 1y}{5x + 7y} = \frac{1}{3}$$

ответ: [4]

(46)

	I сплав X	II сплав Y
золото	$\frac{3}{8}x$	$\frac{1}{8}y$
серебро	$\frac{5}{8}x$	$\frac{7}{8}y$

$$\frac{(\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}y)}{(\frac{5}{8}x + \frac{7}{8}y)} = \frac{1}{3}$$

$$9x + 3y = 5x + 7y$$

$$4x = 4y$$

$$x = y$$

$$1:1$$

$$x - \cos 2d = x \cdot \operatorname{tg} 2d \cdot \operatorname{ctg} 2d \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} 2d \cdot \operatorname{ctg} 2d = 1.$$

ОДЗ:

$$\sin d \neq 0$$

$$d \neq \frac{\pi}{4} n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x - \cos 2d = x$$

$$\cos 2d = 0$$

$$\text{т.е. } 2d = \frac{\pi}{2} + \pi n \Rightarrow$$

$$d = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} \quad \text{но эти значения } d \notin \text{ОДЗ.}$$

ответ 5

12] x - масса поступившей пшеницы
 y - масса пшеницы после просушки.
 масса "сухого вещества" в поступившей на сушку пшенице составит $0,68x$,
 а после просушки $0,8y$,
 т.к. масса сухого вещества не меняется при просушке, то
 $0,68x = 0,8y$; $y = \frac{0,68}{0,8} x$

$$y = \frac{68}{80} x = 0,85x \Rightarrow \text{пшеница потеряла в весе } 15\%$$

ответ [2]

$$1 + \sin 2d \cdot x = \operatorname{tg} d \cdot \operatorname{ctg} (\pi + d) \quad |46|$$

$$1 + \sin 2d \cdot x = 1$$

$$\text{ОДЗ где } d: \quad d = \frac{\pi}{2} n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin 2d \cdot x = 0$$

Бесконечное множество решений возможно при $\sin 2d = 0$, т.е.

$$2d = \pi n \quad d = \frac{\pi n}{2}; \quad n \in \mathbb{Z}.$$

но эти значения d не входят в ОДЗ
 ответ [4]

12] x - масса поступившей пшеницы
 y - масса сухого вещества в поступившей пшенице.
 т.к. вес "сухого вещества" не меняется, то после просушки (т.к. влажность составляет 20%) этот вес будет равен 80% от массы просушенной пшеницы. - ! обозначим эту массу за y !, тогда
 $0,56x = 0,8y$

$$\frac{x}{y} = \frac{0,8}{0,56} = \frac{80}{56} = \frac{10}{7}$$

$y = 0,7x$ т.е. 30%, тогда пшеница потеряла 30%.

ответ [5]

$$\boxed{13} \quad \frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6} < \beta < \frac{\pi}{3} \text{ ou } \boxed{B3}$$

$$+ \frac{\pi}{6} < -\beta < -\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} < \alpha + (-\beta) < \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{\pi}{6} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{3}$$

$$-\frac{1}{2} < \sin(\alpha - \beta) < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ou seja: $\boxed{5}$



$$\boxed{13} \quad \frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{3} < -\beta < -\frac{\pi}{6}$$

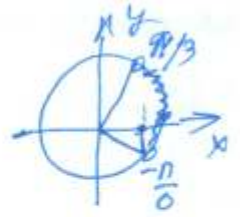
$$+ \frac{\pi}{6} < -\beta < -\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} < \alpha + (-\beta) < \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{\pi}{6} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{3}$$

$$\cos(\alpha - \beta) \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$$

ou seja: $\boxed{4}$



$$\boxed{14} \quad \cos 105^\circ \sqrt{\frac{\cos 195^\circ}{\cos 105^\circ}} + \cos 195^\circ \sqrt{\frac{\cos 105^\circ}{\cos 195^\circ}}$$

$$\cos(90^\circ + 15^\circ) \sqrt{\frac{\cos(180^\circ + 15^\circ)}{\cos(90^\circ + 15^\circ)}} + \cos(180^\circ + 15^\circ) \sqrt{\frac{\cos(90^\circ + 15^\circ)}{\cos(180^\circ + 15^\circ)}}$$

$$\sqrt{\frac{\cos(90^\circ + 15^\circ)}{\cos(180^\circ + 15^\circ)}} = -\sin 15^\circ \sqrt{\frac{\cos 15^\circ}{-\sin 15^\circ}}$$

$$\cos 15^\circ \sqrt{\frac{-\sin 15^\circ}{-\cos 15^\circ}} = -\sqrt{\frac{\sin^2 15^\circ \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ}}$$

$$-\sqrt{\frac{\cos^2 15^\circ \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}} = -2\sqrt{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

$$= -2\sqrt{\frac{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{2}} = -2\sqrt{\frac{1}{4}} =$$

$$= -1 \quad \text{ou seja: } \boxed{1}$$

$$\boxed{14} \quad \left(\cos 105^\circ \sqrt{\frac{\cos 195^\circ}{\cos 105^\circ}} + \cos 195^\circ \sqrt{\frac{\cos 105^\circ}{\cos 195^\circ}} \right)^2$$

$$1) \cos(90^\circ + 15^\circ) \sqrt{\frac{\cos(180^\circ + 15^\circ)}{\cos(90^\circ + 15^\circ)}} + \cos(180^\circ + 15^\circ) \sqrt{\frac{\cos(90^\circ + 15^\circ)}{\cos(180^\circ + 15^\circ)}}$$

$$\sqrt{\frac{\cos(90^\circ + 15^\circ)}{\cos(180^\circ + 15^\circ)}} = -\sin 15^\circ \sqrt{\frac{-\cos 15^\circ}{-\sin 15^\circ}} +$$

$$(+\cos 15^\circ) \sqrt{\frac{-\sin 15^\circ}{-\cos 15^\circ}} = -\sqrt{\frac{\sin^2 15^\circ \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ}}$$

$$-\sqrt{\frac{\cos^2 15^\circ \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}} = -2\sqrt{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

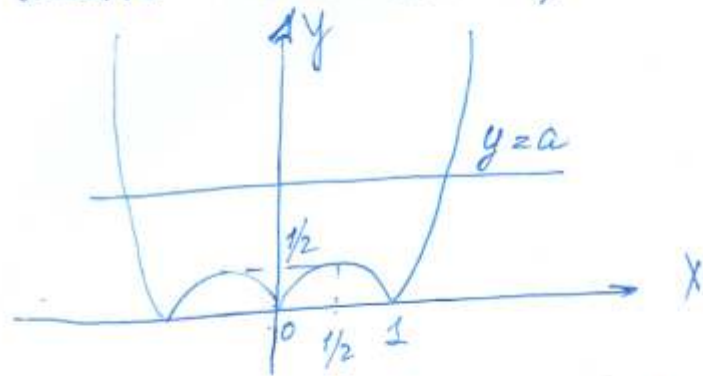
$$= -2\sqrt{\frac{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{2}} = -2\sqrt{\frac{1}{4}} = -1$$

$$2) (-1)^2 = 1 \quad \text{ou seja: } \boxed{1}$$

15

$$2/|x| - x^2 = a \quad a \in (4; 5)$$

Найти количество корней.



$y = 2/|x| - x^2$. Для построения графика достаточно построить его "правую" часть ($x > 0$) и отразить её относительно оси OY .

График уравнения пересекается прямой $y = a$ при $a \in (4; 5)$ в 2х точках. Ответ [2]

38

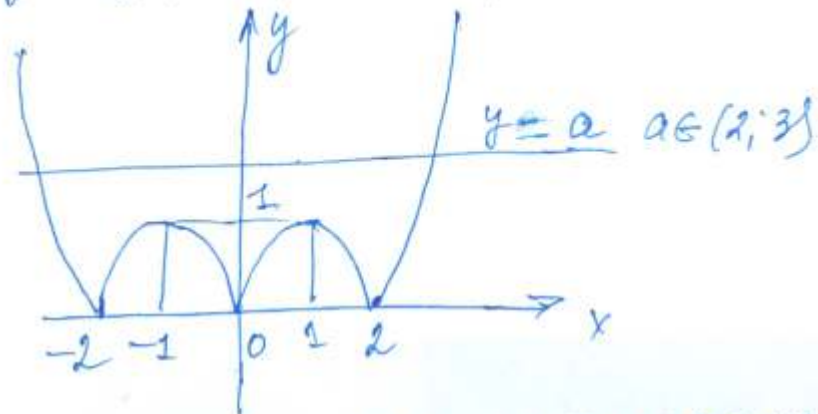
16

$$a \in (2; 3) \quad |x^2 - 2|x|| = a$$

42

Графиком левой части уравнения является кривая, симметричная относительно оси OY .

$$y = |x^2 - 2|x| + 1 - 1| = |(|x| - 1)^2 - 1|$$

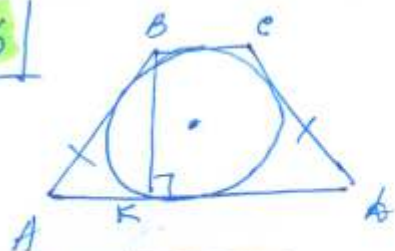


Из рисунка видно, что прямая $y = a$, где $a \in (2; 3)$ пересекает график в 2х точках.

Ответ [5]

16

(B 3)



$$S_{ABCD} = 1250$$

$$\angle A = \angle D = 30^\circ$$

$$AB = ?$$

Решение

$$1) S_{\text{описанн. многоуг.}} = \frac{1}{2} P \cdot r.$$

2) Для описанного четырехугольника верно; что

$$AB + CD = BC + AD$$

$$\underline{2AB = BC + AD} \Rightarrow$$

$$P = 4AB$$

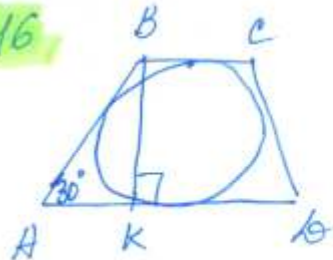
3) Из $\triangle ABK$ где $BK = 2x$, $\angle BAK = 30^\circ$
 $AB = 4x$, тогда $P = 16x$

$$1250 = \frac{1}{2} \cdot 16x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1250}{8} = (12,5)^2$$

$$x = 12,5, \quad \text{ответ } \boxed{4}$$

16

46

Решение

$$1) S_{\text{описанн. многоуг.}} = \frac{1}{2} P \cdot r$$

2) Для описанного четырехугольника верно, что
 $AB + CD = BC + AD$

$$2AB = BC + AD \Rightarrow$$

$$P = 4AB$$

3) Рассмотрим $\triangle ABK$, в нем $BK = \frac{1}{2} AB$
 где $BK = 2x$, тогда $P = 16x$

$$1250 = \frac{1}{2} 16x^2 = 8x^2$$

$$x = 12,5;$$

$$- \text{сторона } AB = 4x = 4 \cdot 12,5 = 50$$

ответ $\boxed{4}$

14

$$\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$

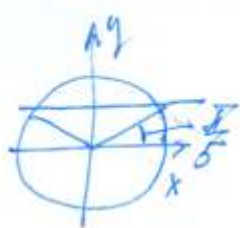
$$\sin \frac{\pi x}{5} = \sin \frac{\pi}{5}$$

$$\frac{\pi x}{5} = (-1)^n \frac{\pi}{5} + \pi n$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{5} \cdot \frac{5}{\pi} + \frac{\pi n \cdot 5}{\pi}$$

$$x = (-1)^n + 5n \quad n \in \mathbb{Z}$$

ответ: 2



14

17

$$\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = -\sin \frac{\pi}{5}$$



$$\frac{\pi x}{5} = -\frac{\pi}{5}$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{5} \cdot \frac{5}{\pi} + \frac{\pi n \cdot 5}{\pi}$$

$$x = (-1)^{n+1} + 5n \quad n \in \mathbb{Z}$$

ответ 4

17

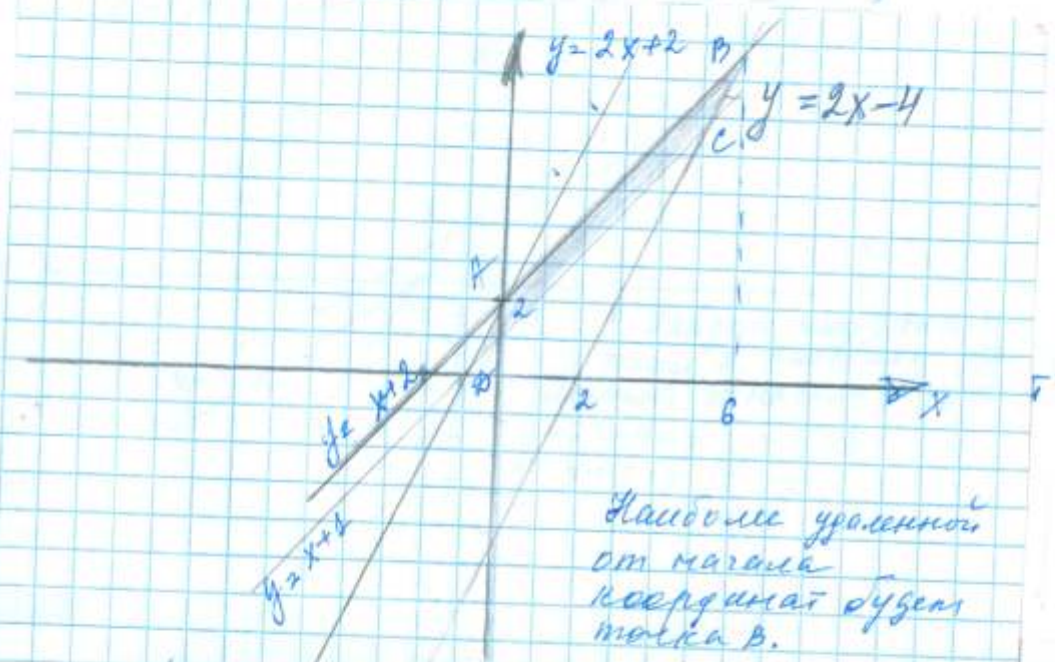
18 | Решение

1) $4 - 2x \geq -y \geq -2x - 2$ или

$2x - 4 \leq y \leq 2x + 2$

2) $-x - 1 \geq -y \geq -2 - x$ или

$x + 1 \leq y \leq x + 2$



Координаты точки B определим решив систему:

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases}$$

Наибольшее расстояние

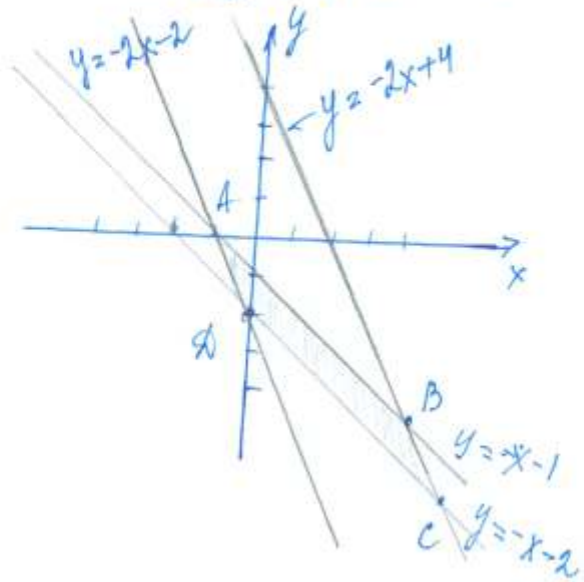
$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

ответ: [10]

18 | Решение:

$-2x - 2 \leq y \leq -2x + 4$

$-x - 2 \leq y \leq -x - 1$



Построим указанную область. АВСД.

Наибольшее расстояние от начала координат точка C.

Координаты точки C найдем, решив систему

$$\begin{cases} -2x + 4 = y \\ -x - 2 = y \end{cases} \Rightarrow$$

$x = 6$

$y = -8$

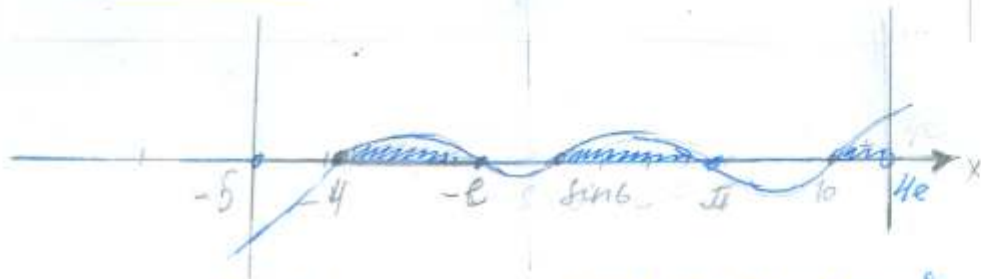
Наибольшее расстояние

$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

ответ: [10]

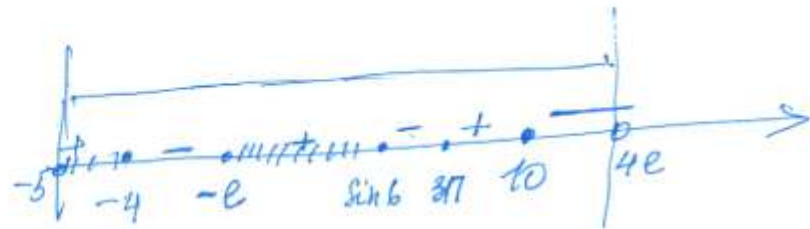
- 19 Сумма целых решений неравенства $(\sin 6 - x)(x + e)(x - \pi) \times (x + 4)(10 - x) \geq 0$ на промежутке $x \in [-5; 4e)$ равна
- 1 11 2 -2 3 -1 4 9 5 23

Решение



Найдём сумму целых решений:
 $-4 + (-3) + 1 + 2 + 3 + 10 = 9$

- 19 Сумма целых решений неравенства $(x - \sin 6)(x + e)(x - 3\pi) \times (x + 4)(10 - x) \geq 0$ на промежутке $x \in [-5; 4e)$ равна
- 1 23 2 11 3 -2 4 9 5 -1



$$-5 - 4 - 2 - 1 + 10 = -2$$

ответ 2

При условии ежегодного начисления дохода сумма пенсионного вклада Аллы Егоровны в банке за второй год хранения увеличилась на 3600 руб, а за четвертый год — на 6400 руб. На сколько рублей увеличится вклад пенсионерки за пятый год?

- ☐ 1 7680
 ☐ 2 8533, (3)
 ☐ 3 5400
 ☐ 4 4320
 ☐ 5 6860

Пусть S_0 — начальная сумма
 $P\%$ — начисляемые проценты по вкладу, тогда
 сумма через год будет:
 $S_I = S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)$
 через 2 года $S_{II} = S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^2$
 через 4 года $S_{IV} = S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^4$
 через 5 лет $S_V = S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^5$
 $S_V - S_{IV} = S_0 \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^5 - \left(1 + \frac{P}{100}\right)^4 \right] =$
 $= S_0 \left[\left(1 + \frac{P}{100}\right)^3 \cdot \left(\left(1 + \frac{P}{100}\right)^2 - \left(1 + \frac{P}{100}\right) \right) \right] =$
 $= 3600 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^3$

определим $\frac{P}{100}$? из условия:

$$\begin{cases} S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^2 - S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right) = 3600 \\ S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^4 - S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^3 = 6400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left(1 + \frac{P}{100} - 1\right) = 3600 \\ S_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^3 \left(1 + \frac{P}{100} - 1\right) = 6400 \end{cases}$$

подали 7
уравнение
на I

$$\left(1 + \frac{P}{100}\right)^2 = \frac{6400}{3600} = \frac{16}{9}; \quad \left(1 + \frac{P}{100}\right) = \frac{4}{3}$$

Тогда: $S_V - S_{IV} = 3600 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^3 =$

$$\frac{3600 \cdot 4^3}{27} = 8533(3) \quad \text{ответ } \boxed{2}$$

20

При условии ежегодного начисления дохода сумма пенсионного вклада Петра Ивановича в банке за второй год хранения увеличилась на 2500 руб, а за четвертый год — на 4900 руб. На сколько рублей увеличится вклад пенсионера за пятый год?

1 7680

2 6860

3 5400

4 4320

5 8533,3

Пусть S_0 — первоначальный вклад,

$p\%$ — начисляемые по вкладу %,

тогда $S_I = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)$

$S_{II} = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$ по условию!

$$S_{II} - S_I = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right) - S_0 = 2500$$

$$S_{IV} = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^4$$

$$S_4 - S_3 = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^4 - S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3 = 4900$$

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \underbrace{\left(S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 - S_0 \right)}_{2500} = 4900$$

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 = \frac{4900}{2500} \quad \left(1 + \frac{p}{100}\right) = \frac{7}{5}$$

$$S_5 - S_4 = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^5 - S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^4 =$$

$$= \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3 \underbrace{\left(S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 - S_0 \right)}_{2500} =$$

$$= \frac{7^3}{5^3} \cdot 2500 = 6860 \quad \text{ответ } \boxed{2}$$

36.

21. Вычислить производную функции $y = 2x^2 + 2x + \ln(4x^2 - 2x - 1)$ +
 $+\frac{2}{\sqrt{5}} \ln\left(\frac{4x-1-\sqrt{5}}{4x-1+\sqrt{5}}\right)$ в точке $x=1$
- [1] $2 + \sqrt{5} \ln 3$ [2] 16 [3] 1 [4] 8 [5] 0

$$y'(x) = 4x + 2 + \frac{1}{4x^2 - 2x - 1} \cdot (8x - 2) +$$

$$+ \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{4x - 1 - \sqrt{5}}{4x - 1 + \sqrt{5}} \cdot \left(\frac{16x - 4 + 4\sqrt{5} - 16x + 4 + 4\sqrt{5}}{(4x - 1 + \sqrt{5})^2} \right)$$

$$= 6 + \frac{1 \cdot 6}{4 - 3} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{8\sqrt{5}}{(4x - 1)^2 - 5} =$$

$$= 12 + \frac{16}{9 - 5} = 12 + 4 = 16$$

ответ: [2]

21. Вычислить производную функции $y = \frac{x^2}{2} + x + \ln(x^2 - x - 1) +$
 $+\frac{2}{\sqrt{5}} \ln\left(\frac{2x-1-\sqrt{5}}{2x-1+\sqrt{5}}\right)$ в точке $x=2$
- [1] 4 [2] $2 + \sqrt{5} \ln 3$ [3] 8 [4] 0 [5] 1

$$y'(x) = \frac{2x}{2} + 1 + \frac{2x-1}{x^2-x-1} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{(2x-1-\sqrt{5}) \cdot 2 - (2x-1+\sqrt{5}) \cdot 2}{(2x-1+\sqrt{5})^2} =$$

$$= 1 + 1 + \frac{2 \cdot 2 - 1}{4 - 2 - 1} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{4\sqrt{5}}{(2x-1)^2 - 5} =$$

$$= 3 + 3 + \frac{8}{9 - 5} = 8$$

either

36

22	Сумма корней уравнения $\frac{\cos \pi x}{\sqrt{2+x-x^2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2+x-x^2}}$ равна				
1	0	2	1	3	∞
4	$\frac{7}{6}$	5	$-\frac{5}{3}$		

Решение!

$$2+x-x^2 > 0$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

$$x \in (-1; 2)$$

$$\cos \pi x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\pi x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{1}{6} + 2n \quad n \in \mathbb{Z}$$



$$1) \quad \begin{aligned} -1 &< \frac{1}{6} + 2n < 2 \\ -\frac{7}{6} &< 2n < 1\frac{5}{6} \\ -\frac{7}{12} &< n < \frac{11}{12} \Rightarrow \underline{n=0} \\ x &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$2) \quad \begin{aligned} -1 &< -\frac{1}{6} + 2n < 2 \\ -\frac{5}{6} &< 2n < 2\frac{1}{6} \\ -\frac{5}{12} &< n < \frac{13}{12} \\ n &= 0; 1 \\ x &= -\frac{1}{6}; \frac{7}{6} \end{aligned}$$

3) Ответ: [4]

22	Сумма корней уравнения $\frac{\sin \pi x}{\sqrt{2-x-x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2-x-x^2}}$ равна				
1	$-\frac{11}{6}$	2	-2	3	0
4	∞	5	$-\frac{5}{3}$		

$$2-x-x^2 > 0$$

$$x^2 + x - 2 < 0$$

$$x \in (-2; 1)$$

$$\sin \pi x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\pi x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$1) \quad x = \frac{1}{6} + 2n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \quad x = \frac{5}{6} + 2n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$-2 < \frac{1}{6} + 2n < 1$$

$$-2\frac{1}{6} < 2n < \frac{5}{6}$$

$$-\frac{13}{12} < n < \frac{5}{12}$$

$$n = -1; 0$$

$$x = -\frac{11}{6}; \quad x = \frac{1}{6}$$

$$3) \quad -2 < \frac{5}{6} + 2n < 1$$

$$-\frac{17}{6} < 2n < \frac{1}{6}$$

$$-\frac{17}{12} < n < \frac{1}{12}$$

$$n = -1; 0$$

$$x = \frac{5}{6}; \quad x = -\frac{7}{6}$$

$$\text{Сумма: } -\frac{11}{6} - \frac{7}{6} + \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = -2$$

ответ [2]

23	Наименьшее значение функции $f(x) = (0,1x + 0,3)(x-1)(x-2)(0,1x - 0,6)$ равно				
1	-3	2	-1	3	1
4	-2	5	2		

$$f(x) = 0,1^2 (x+3)(x-1)(x-2)(x-6) =$$

$$= 0,1^2 ((x+3)(x-6)((x-1)(x-2))) =$$

$$f(x) = 0,1^2 (x^2 - 3x - 18)(x^2 - 3x + 2)$$

$$t = x^2 - 3x + 2 \quad t = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$t \geq -\frac{1}{4}$$

$$f(t) = 0,01(t-20) \cdot t = 0,01[t^2 - 20t + 100]$$

$$- 100] = 0,01[(t-10)^2 - 100]$$

$$f(t) = -0,01 \cdot 100 = -1$$

ответ [2]

23	Наибольшее значение функции $f(x) = (x+3)(0,1x - 0,1)(0,1x - 0,2)(6-x)$ равно				
1	-2	2	2	3	-3
4	-1	5	1		

решение

$$f(x) = -0,1^2 (x+3)(x-1)(x-2)(6+x)$$

$$f(x) = -0,01 ((x+3)(x-6)) \cdot ((x-1)(x-2))$$

$$f(x) = -0,01 (x^2 - 3x - 18)(x^2 - 3x + 2)$$

замена: $t = (x^2 - 3x + 2) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

$$t \geq -\frac{1}{4}$$

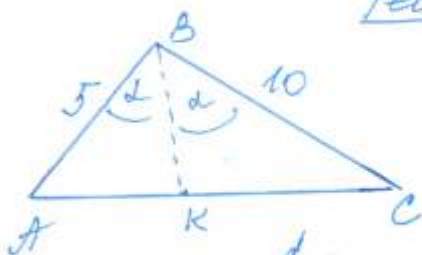
$$f(t) = -0,01 t(t-20) = -0,01((t-10)^2 - 100)$$

$$f(t) = -0,01 \cdot (-100) = +1$$

ответ [5]

N24

B-3

Решение

$$BK = \frac{4}{3}$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABK} + S_{\triangle KBC}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \sin 2d}{2} = \frac{5 \cdot 10 \cdot \sin 2d}{2}$$

$$S_{ABK} = \frac{5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \sin d}{2}$$

$$S_{KBC} = \frac{10 \cdot \frac{4}{3} \sin d}{2}$$

$$\frac{5 \cdot 10 \cdot 2 \sin d \cdot \cos d}{2} = \frac{5 \cdot 4 \sin d}{6} + \frac{10 \cdot 4 \sin d}{6}$$

$$50 \cos d = 10; \quad \cos d = \frac{1}{5}$$

$$\sin d = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{24}}{5}$$

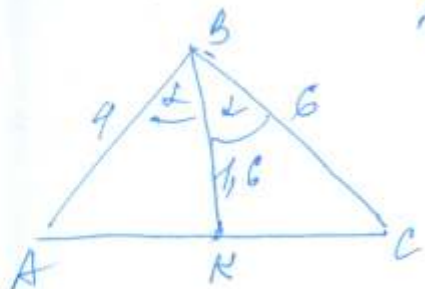
$$2 \sin d \cdot \cos d = 2 \cdot \frac{\sqrt{24}}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 2\sqrt{6}}{25}$$

$$= \frac{4\sqrt{6}}{25 \cdot 4} = 0,16\sqrt{6}$$

Ответ 2

N 24

B-4.

Решение

$$S_{ABC} = S_{\triangle ABK} + S_{\triangle KBC}$$

$$\frac{4 \cdot 6 \cdot \sin 2d}{2} = \frac{4 \cdot 1,6 \sin d}{2} +$$

$$+ \frac{1,6 \cdot 6 \sin d}{2}$$

$$2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos d = 16; \quad \cos d = \frac{1}{3}$$

$$\cos 2d = 2 \cos^2 d - 1 = 2 \cdot \frac{1}{9} - 1 = -\frac{7}{9}$$

Ответ 4

25

Все значения a , при которых система уравнений $\begin{cases} y = |x + a| + 2 \\ x = \sqrt{4y - y^2} \end{cases}$ имеет решения, образуют множество

- 1 $[-1; 1]$ 2 $[-\sqrt{8}; \sqrt{8}]$ 3 $[-\sqrt{2}; 1]$ 4 $[-\sqrt{2}; 0]$ 5 $[-2\sqrt{2}; 2]$

Решение

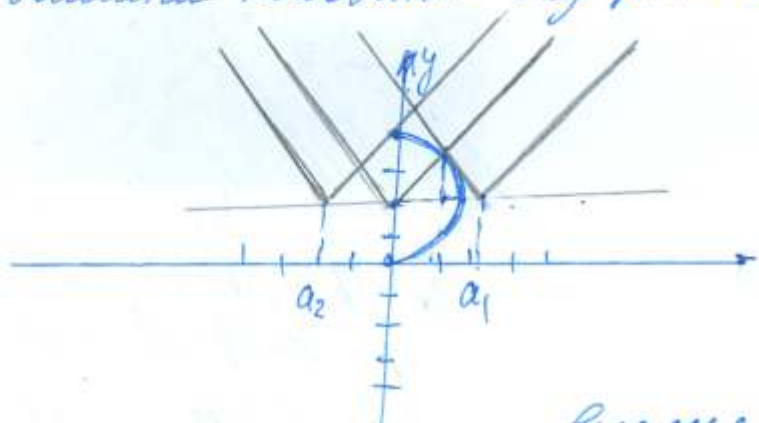
Решаем графически.

$$x = \sqrt{4y - y^2} \quad 4y - y^2 \geq 0 \quad y(4 - y) \geq 0$$

$$x^2 = 4y - y^2$$

$$x^2 + y^2 - 4y + 4 - 4 = x^2 + (y - 2)^2 = 4$$

графическим. второго уравнения является половина окружности $x \geq 0$



графическим первого уравнения является $y = |x + a| + 2$, сдвинутой на 2 единицы вверх. Сдвигая график 1 уравнения влево-вправо, находим a , при которых этот график пересекается с окружностью. $a_2 \leq a \leq a_1$; $a_1 = -2\sqrt{2}$, $a_2 = +2$;

$$a_1 = -2\sqrt{2} \Rightarrow \text{ответ } [5]$$

25

Все значения a , при которых система уравнений $\begin{cases} y = |x - a| + 2 \\ x = -\sqrt{4y - y^2} \end{cases}$ имеет решения, образуют множество

- 1 $[-\sqrt{8}; \sqrt{8}]$ 2 $[-2\sqrt{2}; 2]$ 3 $[-\sqrt{2}; 0]$ 4 $[-1; 1]$ 5 $[-\sqrt{2}; 1]$

Решение:

Решаем графически:

$y = |x - a| + 2$ - графиком является сдвинутой на 2 единицы вверх

график $y = |x - a|$

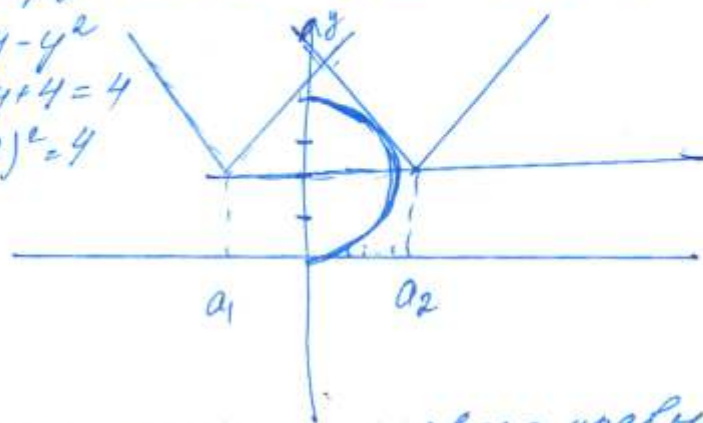
вверх

графическим второго уравнения является полуокружность для $x \leq 0$; т.е.

$$x^2 = 4y - y^2$$

$$x^2 + y^2 - 4y + 4 = 4$$

$$x^2 + (y - 2)^2 = 4$$



Сдвигая график первого уравнения влево-вправо, находим a , при которых этот график пересекается с окружностью. $a_1 \leq a \leq a_2$

$$[-2; 2\sqrt{2}]$$

$$a = -2 \quad a_2 = 2\sqrt{2}$$

ответ [2]

26	Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих условию $x^2 + 2xy - 3y^2 - 13 = 0$, равна									
	1	5	2	9	3	8	4	4	5	7

Решение

Преобразуем уравнение, разложив квадратный трёхчлен на множители

$$x^2 + 2xy - 3y^2 = (x - y)^2 + (2xy + 2y^2) \\ = (x - y)(x + y) + 2y(x - y) = (x - y)(x + 3y)$$

$$(x - y)(x + 3y) = 13, \text{ тогда:}$$

$$x - y = \frac{13}{x + 3y} \quad \text{т.к. нас интересуют}$$

только целые положительные x и y , то дробь $\frac{13}{x + 3y}$ будет

целым числом только если $x + 3y = 13$, тогда $x - y = 1$.

$$\begin{cases} x + 3y = 13 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 3; x = 4 \quad \boxed{x + y = 7}$$

Ответ: $\boxed{7}$

26	Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих уравнению $x^2 + xy - 2y^2 - 7 = 0$, равна				
	1 3	2 7	3 5	4 6	5 4

Решение:

Преобразуем уравнение; разложив на множители квадратный трёхчлен: в левой части (1)

$$x^2 + xy - 2y^2 = 7. \quad (1)$$

$$x^2 - y^2 + xy - y^2 = 7$$

$$(x - y) + (x + y + y) = 7$$

$$x - y = \frac{7}{x + 2y}$$

т.к. по условию x и y целые положительные, то

$$x + 2y = 7 \quad \text{а} \quad x - y = 1$$

$$\text{система: } \begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3y = 6 \\ y = 2 \\ x = 3 \end{array} \quad x + y = 5$$

Ответ: $\boxed{3}$

27	Количество целых a из промежутка $(-5; 6)$, при которых уравнение $a \cdot 2^x + 2^{-x} = 4$ имеет два решения, равно				
	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5

Решение $2^x = t, t > 0$

$$a t + \frac{1}{t} - 4 = 0$$

$$a t^2 - 4t + 1 = 0$$

если $a = 0$ то $t = \frac{1}{4}$ $x = -2$

если $a \neq 0$, то имеем квадратное уравнение

$$D = 16 - 4a; \quad 16 - 4a > 0$$

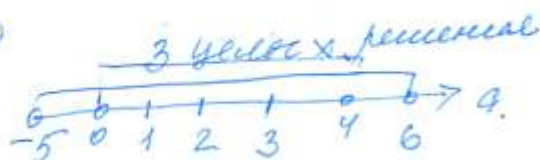
$$a \leq 4$$

1) если $a = 4$, то $t_1 = t_2 \rightarrow$ не подходит по условию!

т.к. в этом случае будет только одно решение. $t = \frac{4}{2} = 2$

2) если $a < 4$, то $x = 1$
 $t_1 \cdot t_2 = \frac{1}{a}$ (по т. Виета), присл
 $t_1 > 0, t_2 > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > 0 \Rightarrow$

$a > 0$
 $a < 4$



ответ: ☐ 3

27	Количество целых a из промежутка $(-5; 6)$, при которых уравнение $a \cdot 2^x + 2^{-x} = 4$ не имеет решений, равно				
	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5

Решение

$$1) a \cdot 2^x + 2^{-x} - 4 = 0 \quad 2^x = t, t > 0$$

$$a t + \frac{1}{t} - 4 = 0$$

$$a t^2 - 4t + 1 = 0$$

1) $a = 0$ $t = \frac{1}{4}$ $x = -2$ не подходит по условию.

если $a \neq 0$, то

$$D = 16 - 4a; \quad \text{чтобы уравнение не имело решений, } D < 0$$

$$16 - 4a < 0; \quad 4(4 - a) < 0$$

$$4 < a$$



Подходит:

то подходит из промежутка $(-5; 6)$ только значение $a = 5$

ответ ☐ 1

IV

28	Все решения неравенства $\sqrt{x+5} + \sqrt{13-x} \geq 3 \cdot 2^{x^2-8x+17}$ принадлежат промежутку								
1	(3; 5)	2	$\emptyset$	3	(5; 13)	4	(-5; 0)	5	(0; 3)

Решение:

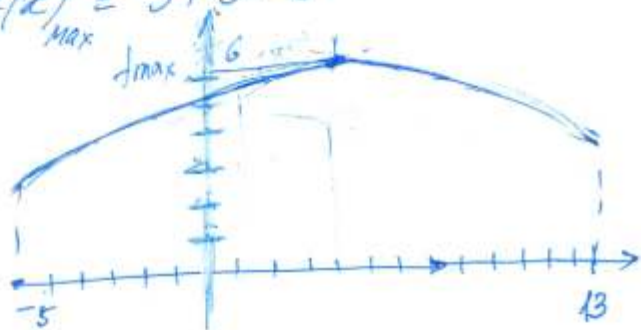
Пусть $f(x) = \sqrt{x+5} + \sqrt{13-x}$

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 13 \end{cases}$$



тогда $f(x) \leq \sqrt{4+5} + \sqrt{13-4}$

$$f(x)_{\max} \leq 3 + 3 = 6$$



Оценим правую часть

$$f_1(x) = 3 \cdot 2^{x^2-8x+17} = 3 \cdot 2^{(x-4)^2+1}$$

$z(x) = (x-4)^2+1$ — парабола, ветви вверх $z(x) = \min = 1$ при $x=4$

Следовательно $f_1(x)$ минимально

при $x=4$ $f_1(x)_{\min} = 6$

тогда неравенство выполняется,

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} + \sqrt{13-x} = 6 \\ 3 \cdot 2^{x^2-8x+17} = 6 \end{cases} \quad \text{т.е. } x=4$$

ответ [4]

IV

28	Все решения неравенства $\sqrt{x+7} + \sqrt{11-x} \geq \log_2(x^2 - 4x + 68)$ принадлежат промежутку								
1	(-7; 3)	2	$\emptyset$	3	(7; 11)	4	(-7; 0)	5	(3; 11)

Решение

Пусть $f(x) = \sqrt{x+7} + \sqrt{11-x}$; оценим $f(x)$

$$\begin{cases} x \geq -7 \\ x \leq 11 \end{cases} \Rightarrow f(x)_{\max} = \sqrt{2+7} + \sqrt{11-2} = 6 \quad \text{при } x=2$$

Пусть $\varphi(x) = \log_2(x^2 - 4x + 68)$

$$z(x) = x^2 - 4x + 4 + 64 = (x-2)^2 + 64$$

$$\varphi(x) = \log_2(x-2)^2 + 64$$

$z(x)$ — парабола, ветви которой направлены вверх; при $x=2$, $z(x) = \min$.

тогда $\varphi(x)_{\min} = \log_2 64 = 6$

неравенство выполняется только

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} + \sqrt{11-x} = 6 \\ \log_2(x^2 - 4x + 68) = 6 \end{cases} \quad \text{при } x=2$$

ответ [2]

29 При каких a уравнение $3x^2 - x^3 + a = 0$ имеет более двух корней
 1 $(0; 4)$ 2 $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ 3 $(-4; 0)$ 4 $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$ 5 $\emptyset$

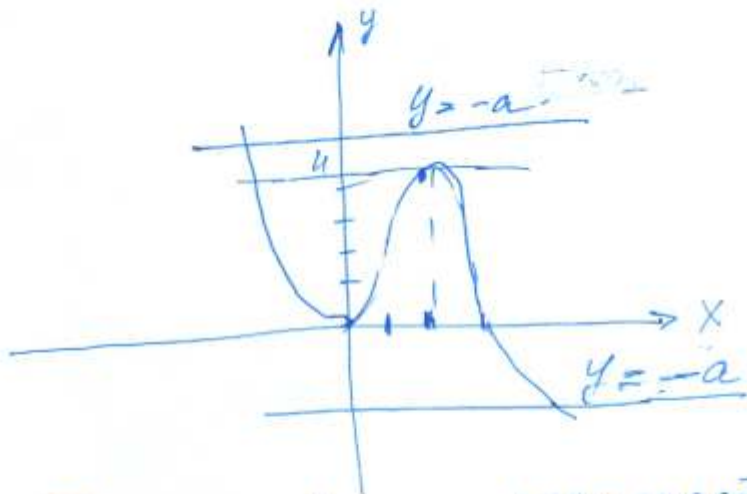
Решение
 $3x^2 - x^3 = a$; $f(x) = 3x^2 - x^3$
 Построим график функции: $y = -x^3 + 3x^2$

Решение
 $3x^2 - x^3 = a$; $f(x) = 3x^2 - x^3$
 Построим график функции: $y = -x^3 + 3x^2$

$$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$$

$$-3x(x-2)=0 \quad \frac{f'(x)}{f(x)} \quad - \quad + \quad - \rightarrow x$$

$$y_{\min} = y_{\max}(2) = 0 \quad = 4$$



Прямая $y = -a$ пересекает
этот график, если

$$-a > 4 \quad \text{или} \quad -a < 0$$

$$a \in (-4; 0) \text{ ответ } [3]$$

29 При каких a уравнение $x^3 + 3x^2 - a = 0$ имеет только один корень
 1 $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$ 2 $(-4; 0)$ 3 $\emptyset$ 4 $(0; 4)$ 5 $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

Решение:

Запишем уравнение в виде

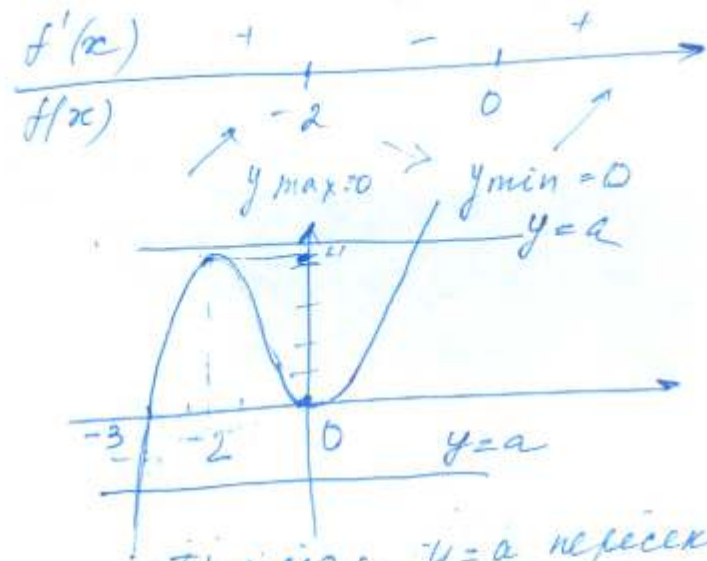
$$x^3 + 3x^2 = a$$

$$x^3 + 3x^2 = a$$

Построим график функции

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2) = 0$$



Прямая $y=a$ пересекать график функции один раз при $a \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

Отбелит:

30 При каких a один из корней уравнения $x^2 + 3x - a - 5 = 0$ больше 2, а другой меньше 2?

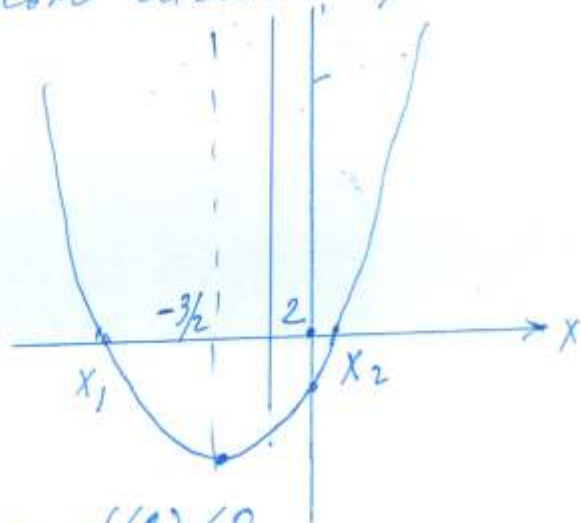
- 1 $a < 5$ 2 $a > 7$ 3 $a > -5$ 4 $a > -\frac{29}{4}$ 5 $a > 5$

Решение

$$f(x) = \left(x^2 + 2x \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4} - 5 - a$$

$$f(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{29}{4} - a$$

Графиком $f(x)$ является парабола с ветвями направленными вверх и осью симметрии $x = -\frac{3}{2}$



т.е. $f(2) < 0$

$$f(2) = 4 + 6 - a - 5 < 0$$

$$-a + 5 < 0$$

$$a > -5 \text{ ответ } [5]$$

30 При каких a один из корней уравнения $x^2 + 2x + a - 20 = 0$ больше 3, а другой меньше 3?

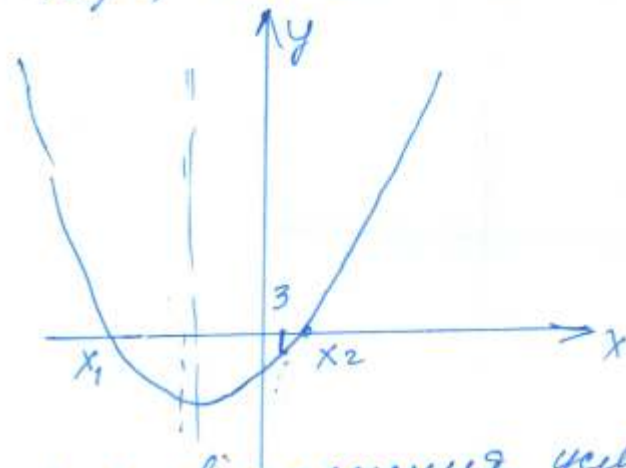
- 1 $a < 10$ 2 $a < 20$ 3 $a > 5$ 4 $a < 21$ 5 $a < 5$

Решение

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) + a - 21$$

$$f(x) = (x + 1)^2 + a - 21$$

Графиком функции $f(x)$ является парабола, ветви которой направлены вверх; ось симметрии: $x = -1$



Для выполнения условия необходимо, чтобы $f(3) < 0$

$$f(3) = 9 + 6 + a - 21 < 0$$

$$a - 5 < 0 \quad a < 5$$

$$\text{ответ } [5]$$